第２講　基本事項チェック

～最低限これだけはおさえよう～

２次関数の最大・最小の問題のポイントは、ずばり**<u>場合分け</u>**にある！

じゃあ、場合分けのコツを解説しようか。

以下で使うグラフには $\mathcal{M},m,p,q$ という４種類の文字を使っているんですが、保存したときにやたら小さくなっちゃった！！自分で書いてみてほしいです…。

ちなみに解説では、 $\mathcal{M}$:最大　 m:最小 としますね。

それから、スペースの都合上、下に凸の放物線のみを扱い、上に凸の放物線は扱いません。

【解説】

以下の放物線(変域$p \leqq x \leqq q$とします)について考えます。

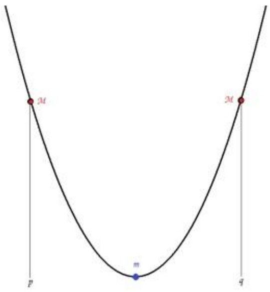
軸は$x = \alpha$とします。

では、まずは最大値！

最大値は、$p \leqq x \leqq q$ の範囲内で最も大きい値。

つまり、下に凸のグラフではpかqのどちらかですよね？

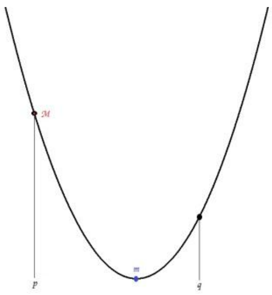
じゃあ、pとqどちらが最大になるのか、その境界はどこになるでしょうか。



うん、左図の状態が想像できますよね。pとqが同じ値をとるとき、当然ですがp, qはともに最大値 $\mathcal{M}$ をとります。

このとき、**軸($x = \alpha$)が変域のちょうど真ん中($x = \frac{p+q}{2}$)に重なる**はず。

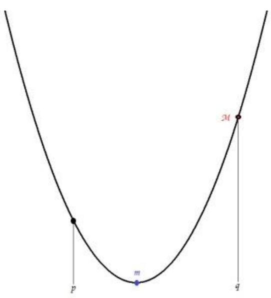
よって、$\frac{p+q}{2} = \alpha$が成り立つ。



では、変域の真ん中が移動して、$\frac{p+q}{2} \leqq \alpha$になったらどう変わる？

そう、pの方が値が大きくなる。

逆に、$\alpha \leqq \frac{p+q}{2}$になったら？もうわかるよね。$q$の方が値が大きくなる。



最大値のポイントは、

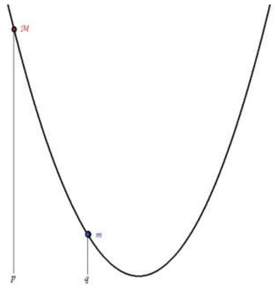
<u>軸と、変域の真ん中の位置関係</u>

これに尽きる！

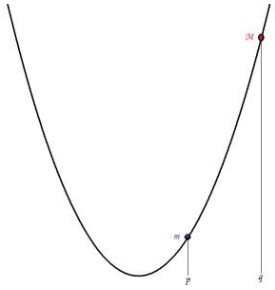
では、次は最小値！
最小値は、$p \leqq x \leqq q$ の範囲内で最も小さい値。
つまり、下に凸のグラフではpかqのほかに、頂点も変域に含まれていれば最小値になりうる。

最大値の解説の図を参照してもらうと、全部変域に頂点が含まれているよね。
このとき、最小値は頂点になる。そしてこれは$p \leqq \alpha \leqq q$と表される。

では、頂点が変域に含まれない場合を考えよう！



左図のとき、
$q \leqq \alpha$と表せて、
最小値はqになるね。



左図のとき、
$\alpha \leqq p$と表せて、
最小値はpになるね。

じゃあ結局、場合分けのポイントは何？
そう、**頂点が変域に含まれるか**ということ。
変域に含まれる、含まれない、
とくに含まれない場合はpとqのどちらが最小になるのかで場合分けする必要がある。

授業では実際に問題にあたるけど、時間の都合上、あまり長々と説明してられないから、
２次関数苦手…って人はこの範囲の基本は少しやっておいてね！
２次関数でつまずくたいていの人は、どう場合分けすればいいのかわからないらしいから、
何を根拠に、どう場合分けするのかを第一に学習しよう。